LINEAR PROGRAMMING (PROGRAM LINEAR)

PROGRAM LINEAR

Program linear adalah salah satu **model matematika** yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi, yaitu **memaksimumkan** atau **meminimumkan** fungsi tujuan yang bergantung pada sejumlah variable input (sumber daya,bahan baku, waktu dll). Hal terpenting yang perlu kita lakukan adalah mencari tahu **tujuan** penyelesaian masalah dan **apa penyebab** masalah tersebut.

Dua macam fungsi Program Linear :

- Fungsi Tujuan : mengarahkan analisa untuk mendeteksi tujuan perumusan masalah
- Fungsi Kendala : untuk mengetahui sumber daya yang tersedia dan permintaan atas sumber daya tersebut.

Masalah Maksimasi

Maksimasi dapat berupa **memaksimalkan keuntungan atau hasil.** Solusi optimal tercapai pada saat garis fungsi tujuan menyinggung daerah feasible yang terjauh dengan titik origin.

Contoh :

Tanah seluas 10.000 m^2 akan dibangun rumah tipe A dan tipe B. Untuk rumah tipe A diperlukan 100 m^2 dan rumah tipe B diperlukan 75 m^2. Jumlah rumah yang dibangun paling banyak 125 unit. Keuntungan rumah tipe A adalah Rp 6.000.000,00/unit dan tipe B adalah Rp 4.000.000,00/unit.

Kebutuhan setiap unit produk akan luas lahan dan jumlah banyaknya rumah dapat dilihat dalam table berikut :

	Jenis Rumah		Persediaan
	Tipe A	Tipe B	
Banyaknya Rumah (unit)	X_1	X_2	125
Luas Tanah (m^2)	100	75	10.000

Kedua jenis produk memberikan keuntungan sebesar Rp 6.000.000,00/unit untuk tipe A dan Rp 4.000.000,00/unit untuk tipe B. Masalahnya adalah bagaimana menentukan jumlah unit setiap tipe rumah yang akan dibangun agar keuntungan yang diperoleh bisa maksimal.

Langkah – langkah :

1. Tentukan variable

   X_1 = banyaknya rumah tipe A

   X_2 = banyaknya rumah tipe B

2. Fungsi Tujuan

   $Z_{max} = 6x_1 + 4x_2$ (dalam juta rupiah)

3. Fungsi Kendala/Batasan

   $x_1 + x_2 \leq 125$

   $100x_1 + 75x_2 \leq 10.000 \Leftrightarrow 4x_1 + 3x_2 \leq 400$

   $x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0$

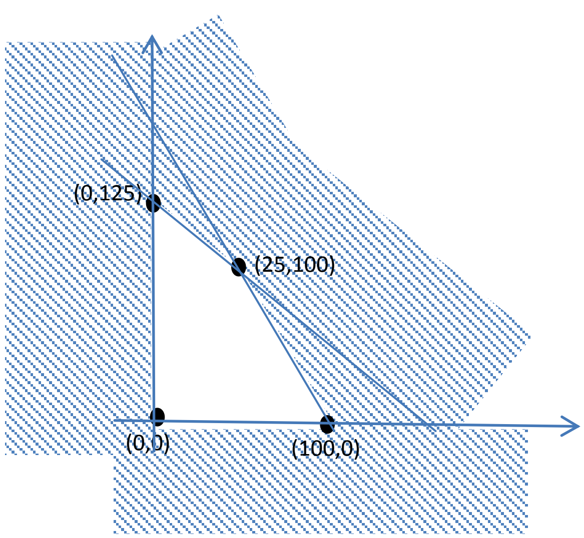
4. Grafik

   1. $x_1 + x_2 = 125$

x_1	0	125
x_2	125	0
(x_1, x_2)	(0,125)	(125,0)

   2. $4x_1 + 3x_2 = 400$

x_1	0	100
x_2	$\frac{400}{3}$	0
(x_1, x_2)	$(0,\frac{400}{3})$	(100,0)



3. Titik ekstrim perpotongan garis $x_1 + x_2 = 125$ dan $4x_1 + 3x_2 = 400$

$$\begin{array}{lll} x_1 + x_2 = 125 & \times 4 & 4x_1 + 4x_2 = 500 \\ 4x_1 + 3x_2 = 400 & \times 1 & 4x_1 + 3x_2 = 400 \\ \hline & & X_2 = 100 \end{array}$$

Substitusi $x_2 = 100$ ke persamaan $x_1 + x_2 = 125$

$x_1 + 100 = 125$

$x_1 = 125 - 100$

$x_1 = 25$

5. Solusi Optimal

Evaluasi nilai Z pada setiap titik ekstrim

Titik ekstrim	$Z_{max} = 6x_1 + 4x_2$ (dalam juta rupiah)
(0,0)	6.0 + 4.0 = 0
(100,0)	6.100 + 4.0 = 600 --- Z_{max}
(25,100)	6.25 + 4.100 = 550
(0,125)	6.0 + 4. 125 = 500

Karena tujuannya adalah memaksimumkan, maka titik ekstrim yang memberikan nilai Z maksimum (Z = 1.150) adalah titik (25,100). Hasil ini menunjukkan bahwa solusi optimalnya adalah :

$$\boxed{\begin{array}{c} Z_{opt} = 600 \text{ juta} \\ x_1 = 100 \text{ dan } x_2 = 0 \end{array}}$$

Masalah Minimasi

Permasalahan minimasi dapat berupa meminimumkan biaya produksi. Solusi optimal tercapai pada saat garis fungsi tujuan menyinggung daerah feasible yang terdekat dengan titik origin.

Contoh :

Perusahaan makanan MINA merencanakan membuat dua jenis makanan yaitu Royal Bee dan Royal Jelly. Kedua jenis makanan tersebut mengandung vitamin dan protein. Royal bee paling sedikit diproduksi 2 unit dan royal jelly paling sedikit diproduksi 1 unit. Jumlah vitamin dan protein setiap jenis makanan ditunjukkan dalam table berikut :

Jenis makanan	Vitamin (unit)	Protein (unit)	Biaya per unit (ribu rupiah)
Royal Bee (x_1)	2	2	100
Royal Jelly (x_2)	1	3	80
Minimum kebutuhan	8	12	

Bagaimana menentukan kombinasi kedua jenis makanan agar **meminimumkan** biaya produksi.

Langkah – langkah :

1. Tentukan variable

   X_1 = banyaknya royal bee yg diproduksi

   X_2 = banyaknya royal jelly yg diproduksi

2. Fungsi Tujuan

   $Z_{min} = 100x_1 + 80x_2$

3. Fungsi Kendala

   $2x_1 + x_2 \geq 8$ (vitamin)

   $2x_1 + 3x_2 \geq 12$ (protein)

   $x_1 \geq 2,\ \ x_2 \geq 1$

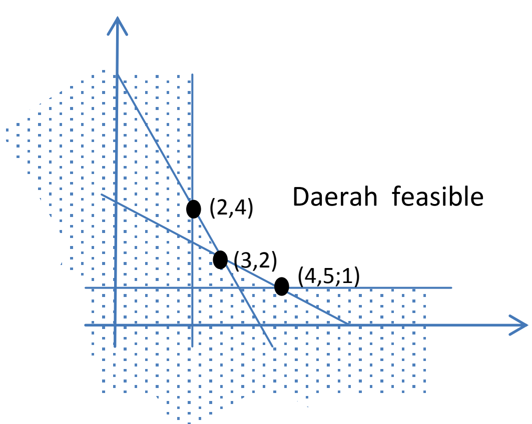
4. Membuat Grafik

   $2x_1 + x_2 = 8$

x_1	**0**	4
x_2	8	**0**
(x_1, x_2)	(0,8)	(4,0)

   $2x_1 + 3x_2 = 12$

x_1	0	6
x_2	4	0
(x_1, x_2)	(0,4)	(6,0)



5. Solusi Optimal

Evaluasi nilai Z pada setiap titik ekstrim

Titik ekstrim	$Z_{min} = 100x_1 + 80x_2$ (dalam ribu rupiah)
(2,4)	100.2 + 80.4 = 520
(3,2)	100.3 + 80.2 = **460** ---- Z_{min}
(4,5;1)	100.4,5 + 80. 1 = 530

Karena tujuannya adalah meminimumkan, maka titik ekstrim yang memberikan nilai Z minimum (Z = 460) adalah titik (3,2). Hasil ini menunjukkan bahwa solusi optimalnya adalah :

$$\boxed{\begin{array}{c} Z_{opt} = 460 \text{ ribu rupiah} \\ x_1 = 3 \text{ dan } x_2 = 2 \end{array}}$$

SOAL LATIHAN.

1. Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

   Kendala :

   $2x_1 \leq 8$

   $3x_2 \leq 15$

   $6x_1 + 5x_2 \leq 30$

   $x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$

2. Minimumkan $Z = 5x_1 + 2x_2$

   Kendala :

   $6x_1 + x_2 \geq 6$

   $4x_1 + 3x_2 \geq 2$

   $x_1 + 2x_2 \geq 4$

   $x_1 \geq 0$

3. PT. Morning Bakery memproduksi tiga jenis roti kering yaitu pia, bolu kismis dan coklat keju dengan keuntungan tiap jenis produk masing – masing Rp 150, Rp 400 dan Rp 600. Setiap minggu ditetapkan minimum produksi roti pia 25 unit, bolu kismis 130 unit dan coklat keju 55 unit. Ketiga jenis roti

memerlukan pemrosesan tiga kali yaitu penyiapan bahan, peracikan dan pengovenan seperti terlihat pada table berikut :

Pemrosesan	**Jenis Roti**			**Penyediaan max (jam)**
	Pia	**Bolu Kismis**	**Coklat Keju**	
Penyiapan bahan	4	2	6	130
Peracikan	3	4	9	170
pengovenan	1	2	4	52

Bagaimana formulasi program linear masalah PT. Morning Bakery dan tentukan solusi optimalnya !

4. Luas daerah parkir 176 m^2, luas rata – rata untuk mobil sedan 4 m^2 dan bus 20 m^2. Daya muat maksimum hanya 20 kendaraan. Biaya parkir untuk mobil Rp 1.000/jam dan bus Rp 2.000/jam. Jika saat kondisi tempat parkir penuh dan dalam satu jam tidak ada kendaraan yang pergi dan datang maka berapakah keuntungan maksimum tempat parker tersebut?

5. Seorang penjahit membuat 2 jenis pakaian untuk dijual, pakaian jenis I memerlukan 2 m kain katun dan 4 m kain sutera, dan pakaian jenis II memerlukan 5 m kain katun dan 3 m kain sutera. Bahan katun yang tersedia adalah 70 m dan kain sutera yang tersedia adalah 84 m. Pakaian jenis I dijual dengan laba Rp 250.000,00 dan pakaian jenis II mendapat laba Rp 500.000,00. Berapa banyak pakaian masing-masing yang harus dibuat agar penjahit tersebut mendapat laba yang maksimum?