

Model dan Simulasi: Analisis Output Data Berdistribusi

Capaian Pembelajaran Mata Kuliah



Simulasi Distribusi

Mahasiswa mampu menjalankan simulasi sesuai dengan karakteristik distribusi input.



Analisis Mendalam

Mahasiswa dapat menganalisis data output secara detil dan komprehensif.



Penerapan Studi Kasus

Mahasiswa dapat menerapkan konsep pada beragam distribusi dalam studi kasus nyata.

Konsep Dasar Simulasi

Definisi

Simulasi merupakan pendekatan eksperimental terhadap model matematis atau statistika.

Bertujuan merepresentasikan sistem nyata dalam lingkungan terkontrol.

Aplikasi



Manufaktur



Perbankan



Kesehatan

Apa Itu Distribusi Probabilitas?

Distribusi probabilitas menggambarkan pola peluang kemunculan data dalam sistem.



Distribusi Diskrit

Nilai terbatas dan terpisah.

Contoh: Pelemparan dadu (nilai 1-6).



Distribusi Kontinu

Nilai dalam rentang tak terbatas.

Contoh: Pengukuran suhu udara.

Pengantar Distribusi Uniform Diskrit

Karakteristik Utama

Setiap nilai memiliki probabilitas yang sama untuk muncul.

Semua hasil dalam himpunan memiliki peluang identik.

Aplikasi

- Simulasi pelemparan koin (kepala/ekor)
- Simulasi dadu (angka 1-6)
- Pemilihan acak dari opsi terbatas

Rumus Distribusi Uniform Diskrit

Distribusi uniform diskrit memiliki rumus probabilitas sederhana:

$$P(X = x) = \frac{1}{n}$$

Dimana **n** adalah jumlah nilai yang mungkin muncul.

Untuk dadu enam sisi standar, peluang setiap angka adalah:

$$P(X = 1) = P(X = 2) = \dots = P(X = 6) = \frac{1}{6}$$

Contoh Kasus: Dadu dalam Simulasi Uniform Diskrit



Simulasi 1000 Lemparan

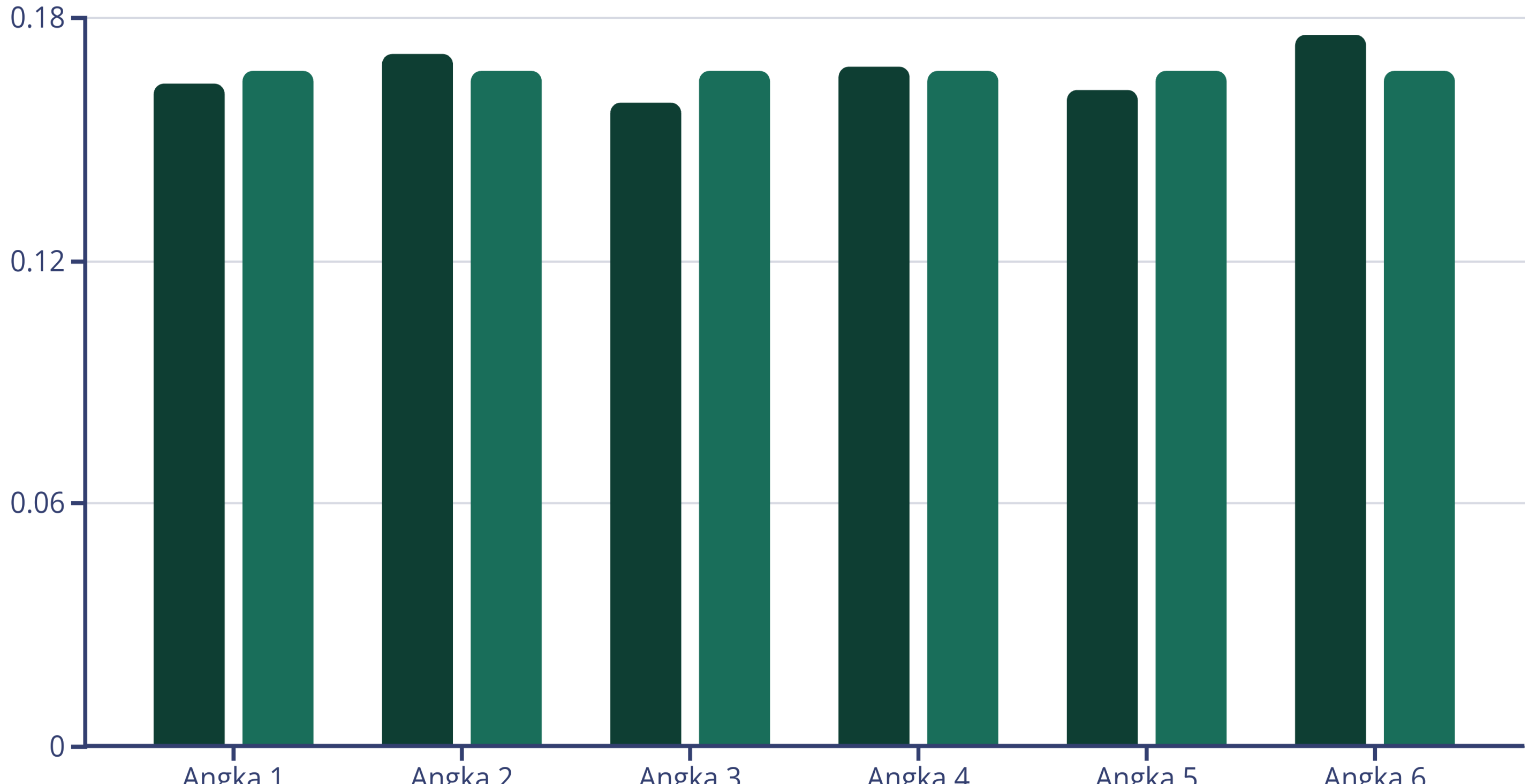
Melakukan simulasi pelemparan dadu sebanyak 1000 kali.



Perbandingan Hasil

Membandingkan frekuensi relatif hasil dengan probabilitas teoretis ($1/6$).

Analisis Output Simulasi Uniform Diskrit



Studi Kasus & Interpretasi Diskrit

Simulasi Undian

Sistem undian dengan 100 peserta berpeluang sama.

Masing-masing peserta memiliki probabilitas teoretis 1%.

Analisis Hasil

- Evaluasi sebaran pemenang dalam 1000 pengulangan
- Identifikasi pola anomali (jika ada)
- Pengujian keacakan sistem undian

Pengantar Distribusi Uniform Kontinu



Definisi

Distribusi dimana semua nilai dalam interval memiliki probabilitas yang sama.



Karakteristik

Peluang dinyatakan sebagai densitas, bukan nilai diskrit.



Aplikasi

Sering digunakan untuk waktu tunggu, durasi layanan, atau jarak.

Rumus Distribusi Uniform Kontinu

Fungsi densitas probabilitas (PDF) uniform kontinu dinyatakan sebagai:

$$f(x) = \frac{1}{b - a}, \quad a \leq x \leq b$$

Dimana:

- a = batas bawah interval
- b = batas atas interval

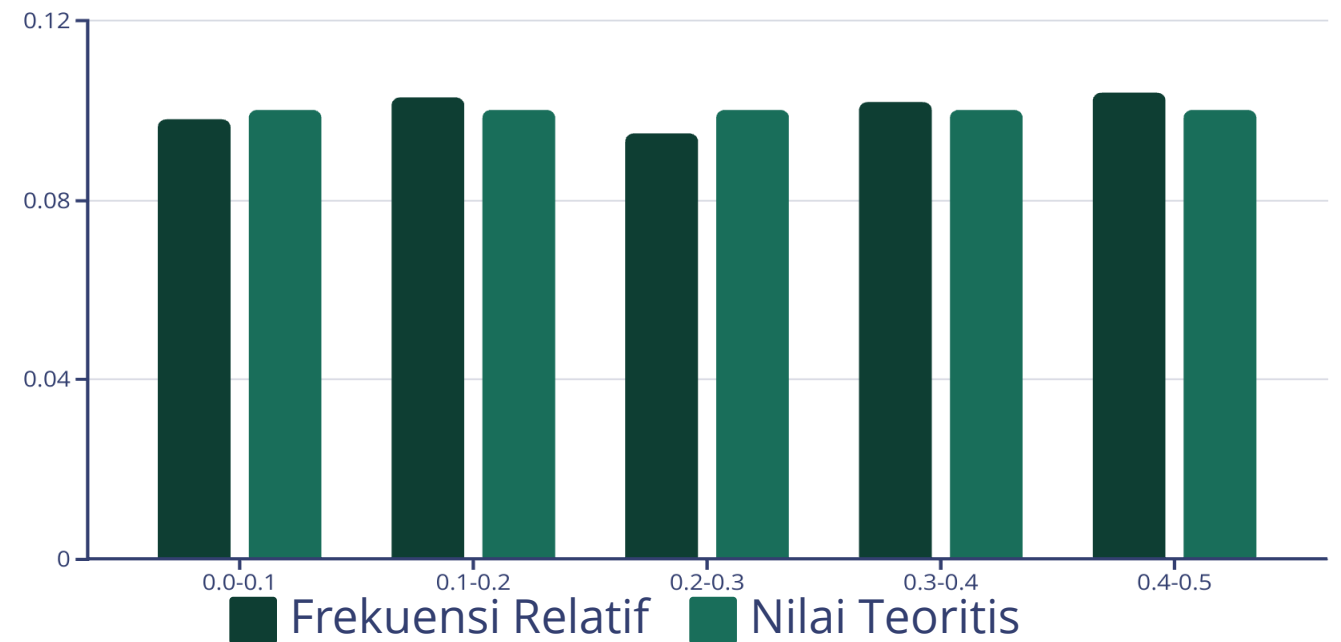
Total luas di bawah kurva selalu sama dengan 1.

Ilustrasi Uniform Kontinu: Generasi Angka Acak

Simulasi

Pembangkitan 1000 angka acak dalam interval $[0,1]$.

Hasil digambarkan dalam histogram dengan 10 kelas interval.



Proses Analisis Output Uniform Kontinu

Visualisasi Data

Pembuatan histogram untuk melihat sebaran data hasil simulasi.

Pengujian Keseragaman

Penerapan uji statistik untuk mengukur tingkat keseragaman distribusi.

Identifikasi Outlier

Deteksi nilai-nilai yang secara signifikan menyimpang dari pola uniform.

Evaluasi Penyebab

Analisis faktor-faktor yang menyebabkan penyimpangan dari distribusi ideal.

Studi Kasus: Estimasi Waktu Tunggu

Skenario

Pelanggan menunggu layanan dengan waktu acak antara 5-15 menit.

Simulasi 500 pelanggan dengan distribusi uniform kontinu.

Analisis

10.1

Rerata (menit)

2.9

Deviasi Standar

5.1

Nilai Minimum

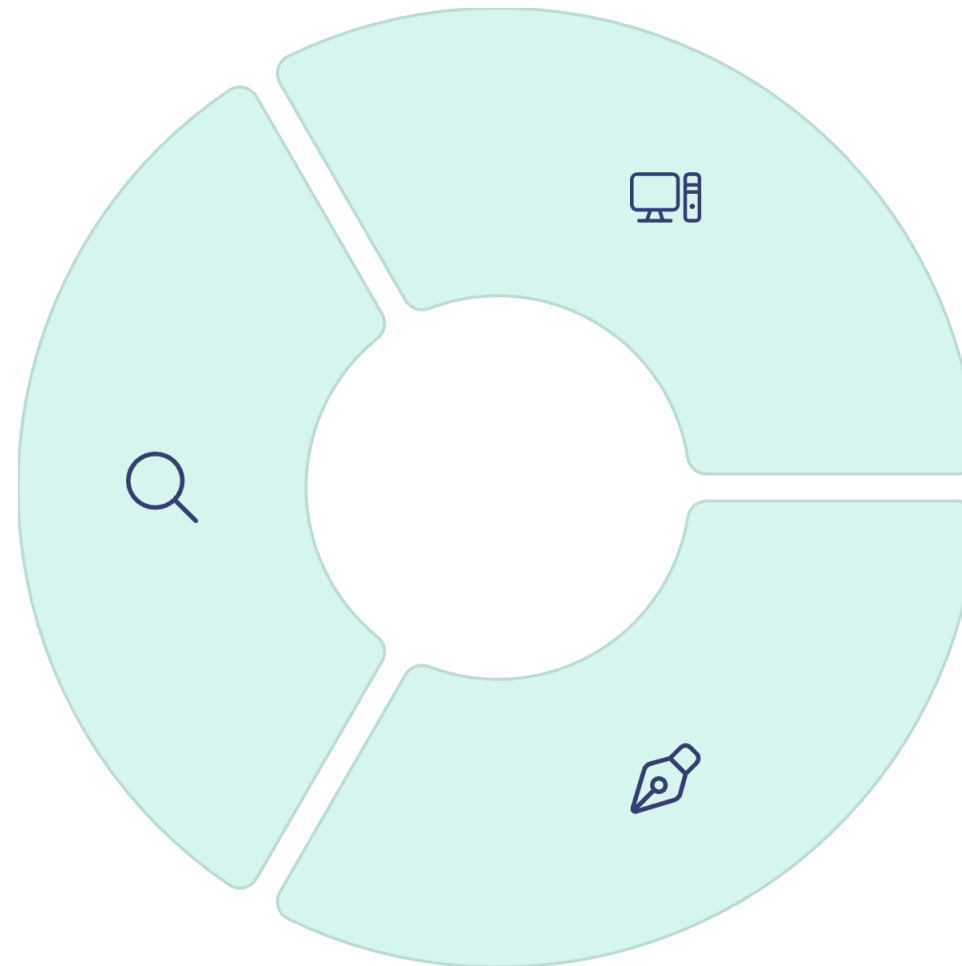
14.9

Nilai Maksimum

Keterbatasan Simulasi Uniform Kontinu

Ukuran Sampel

Simulasi dengan jumlah sampel kecil cenderung menghasilkan distribusi tidak sempurna.



Pseudorandom

Generator angka acak komputer sebenarnya menggunakan algoritma deterministik.

Keterbatasan Presisi

Representasi angka floating-point membatasi keacakan sempurna.

Pengantar Distribusi Normal

Karakteristik

- Bentuk simetris seperti lonceng
- Mean, median, dan modus berimpit di titik tengah
- Melandai ke kedua sisi tanpa menyentuh sumbu X

Contoh Fenomena



Tinggi badan



Skor IQ



Kesalahan pengukuran

Parameter Distribusi Normal

Distribusi normal ditentukan oleh dua parameter utama:

Mean (μ)

Nilai rata-rata yang menentukan pusat distribusi.

Menunjukkan lokasi puncak kurva.

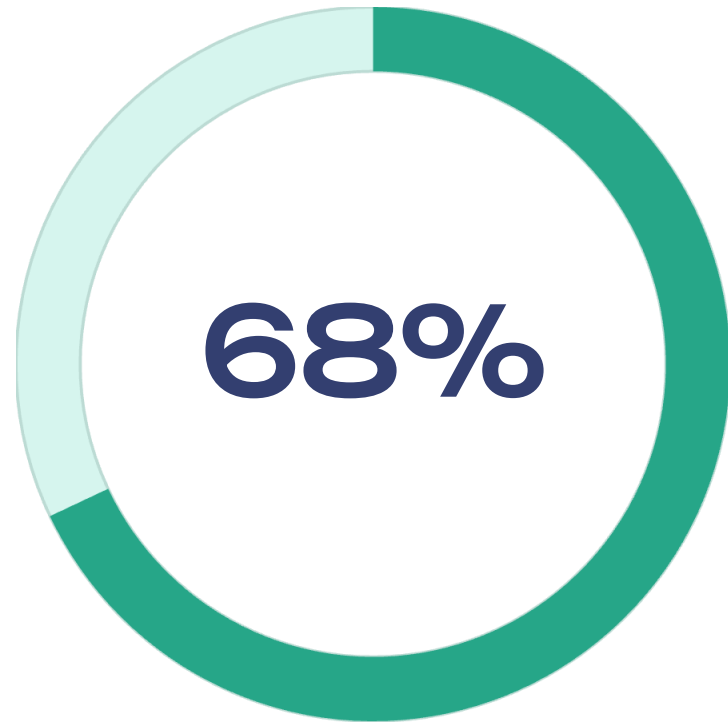
Standar Deviasi (σ)

Mengukur penyebaran data dari nilai rata-rata.

Menentukan lebar atau ketajaman kurva.

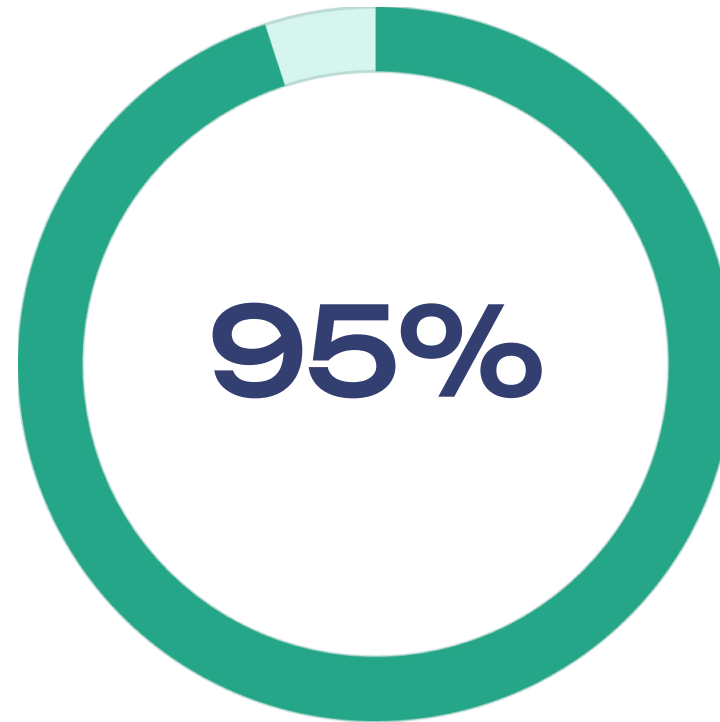
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Karakteristik Kurva Normal



Data dalam $\pm 1\sigma$

Sekitar 68% data berada dalam rentang satu standar deviasi dari mean.



Data dalam $\pm 2\sigma$

Sekitar 95% data berada dalam rentang dua standar deviasi dari mean.



Data dalam $\pm 3\sigma$

Hampir seluruh data (99,7%) berada dalam rentang tiga standar deviasi.

Simulasi Data dengan Distribusi Normal

Setup Simulasi

- Generate 1000 data acak
- Parameter input: $\mu = 50$
- Parameter input: $\sigma = 10$
- Menggunakan metode Box-Muller transform

Visualisasi Hasil

Histogram hasil simulasi dengan kurva normal teoretis.

Analisis Output Data Normal

Verifikasi Bentuk

Cek kesesuaian dengan bentuk kurva normal teoretis.

Perhitungan Statistik

Hitung μ dan σ dari data output, bandingkan dengan parameter input.

Uji Normalitas

Terapkan uji Shapiro-Wilk atau Kolmogorov-Smirnov untuk memverifikasi normalitas.

Identifikasi Outlier

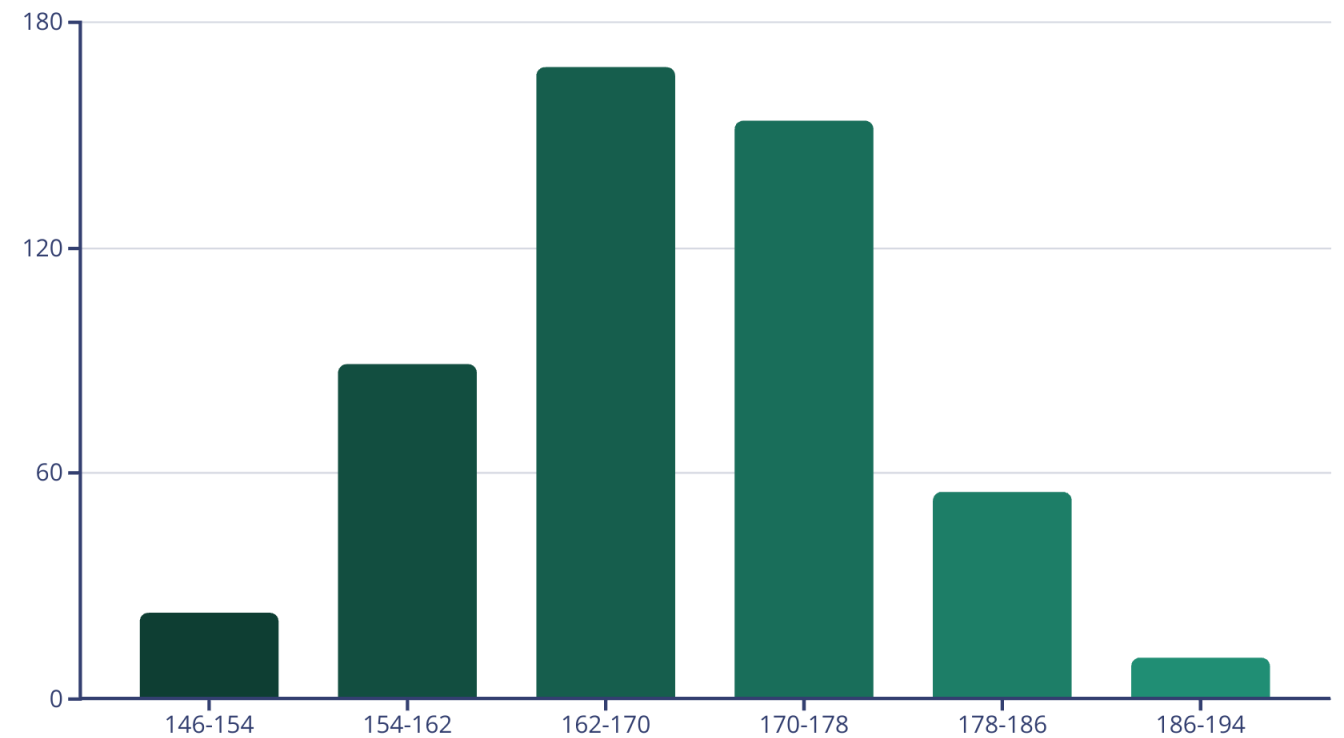
Temukan data yang berada di luar $\pm 3\sigma$ untuk analisis lebih lanjut.

Studi Kasus: Pengukuran Tinggi Badan Mahasiswa

Skenario

Simulasi tinggi badan 500 mahasiswa.

Asumsi distribusi normal dengan $\mu = 170$ cm dan $\sigma = 8$ cm.



Manfaat Distribusi Normal dalam Simulasi

1

Kontrol Kualitas

Identifikasi produk cacat di luar batas toleransi.

2

Prediksi Performa

Perkiraan hasil pengujian berdasarkan distribusi normal.

3

Penelitian

Analisis interval kepercayaan dalam uji hipotesis.

Perbandingan Uniform Diskrit, Uniform Kontinu, dan Normal

Aspek	Uniform Diskrit	Uniform Kontinu	Normal
Nilai	Terbatas, terpisah	Kontinu dalam interval	Kontinu tak terbatas
Probabilitas	Sama untuk semua nilai	Sama dalam interval	Tertinggi di pusat
Bentuk	Datar, bertangga	Datar, kontinu	Kurva lonceng
Contoh	Dadu, koin	Waktu tunggu acak	Tinggi badan, IQ

Visualisasi Tiga Distribusi

Uniform Diskrit

Peluang sama pada nilai-nilai diskrit.

Uniform Kontinu

Densitas peluang konstan pada interval.

Normal

Probabilitas tertinggi di tengah, menurun di kedua sisi.

Studi Kasus Gabungan



Praktik: Simulasi Sederhana (Praktikum/Mini Lab)

Tools yang Digunakan



Microsoft Excel



Python



MATLAB

Langkah-langkah

1. Tentukan parameter distribusi
2. Generate data acak sesuai distribusi
3. Visualisasikan hasil dengan histogram
4. Hitung statistik deskriptif
5. Bandingkan dengan nilai teoretis

Diskusi Kelas: Hasil Simulasi

Pertanyaan Diskusi 1

Distribusi mana yang paling sering muncul pada data di dunia nyata?

Berikan contoh fenomena sehari-hari yang mengikuti pola tersebut.

Pertanyaan Diskusi 2

Bagaimana kita menginterpretasikan jika output simulasi berbeda jauh dari nilai teoritis?

Apa implikasinya pada keandalan model?

Pertanyaan Diskusi 3

Faktor apa yang menyebabkan perubahan distribusi pada sistem nyata?

Bagaimana kita dapat mengadaptasi model simulasi untuk mengakomodasi perubahan tersebut?

Tugas Individu: Simulasi Data Uniform Diskrit

Instruksi

1. Simulasikan eksperimen lempar koin sebanyak 1000 kali (gunakan Ms. Excel)
2. Catat hasil kepala dan ekor yang muncul
3. Hitung frekuensi relatif hasil
4. Bandingkan dengan probabilitas teoretis (0,5)

Format Laporan

- Penjelasan metode simulasi yang digunakan
- Tabel dan grafik hasil
- Perhitungan deviasi dari nilai teoretis
- Analisis penyebab penyimpangan (jika ada)
- Kesimpulan tentang kualitas simulasi

Tugas Individu: Simulasi Data Uniform Kontinu & Normal



Uniform Kontinu [0-10]

Simulasikan 1000 data acak dengan distribusi uniform kontinu rentang 0-10.

Hitung rata-rata, deviasi standar, dan plot histogram.



Normal ($\mu=5$, $\sigma=2$)

Simulasikan 1000 data acak dengan distribusi normal $\mu=5$, $\sigma=2$.

Bandingkan pola sebaran data dengan distribusi uniform.

Kesimpulan & Penilaian

Penilaian Berbasis Kompetensi

Aspek Teknis

Kemampuan menjalankan simulasi dengan benar.

Aspek Analitis

Kemampuan menganalisis data output dengan tepat.

Aspek Integrasi

Kemampuan menghubungkan teori dengan hasil simulasi.

Persiapan Materi Lanjutan

- Distribusi probabilitas kompleks lainnya
- Simulasi Monte Carlo
- Sistem antrian kompleks
- Optimasi berbasis simulasi