




BAB 11

Analisis Statistik Data Simulasi

Tujuan Pembelajaran

-  **Pemahaman Konsep Dasar**
Mahasiswa memahami konsep dan penerapan rata-rata sampel dan variansi sampel dalam analisis data simulasi.
-  **Prediksi Interval Kepercayaan**
Mahasiswa mampu memprediksi interval kepercayaan rata-rata dari data hasil simulasi.
-  **Praktik dan Diskusi**
Mahasiswa berpartisipasi dalam diskusi tim dan menyelesaikan tugas praktik simulasi data.

Pentingnya Analisis Statistik di Simulasi

Evaluasi Performa Sistem

Analisis output simulasi membantu kita mengevaluasi bagaimana suatu sistem berperilaku dalam kondisi tertentu.

Hasil simulasi tanpa analisis statistik hanya berupa angka tanpa makna.

Menentukan Keandalan

Statistik membantu menentukan seberapa akurat dan andal estimasi yang dihasilkan dari model simulasi.

Tanpa analisis statistik, kita tidak bisa mengukur kepercayaan terhadap hasil simulasi.

Apa itu Simulasi Data?



Eksperimen Digital

Simulasi data adalah eksperimen komputer yang menghasilkan data acak berdasarkan distribusi probabilitas tertentu.



Pengujian Metode

Berguna untuk menguji metode statistik baru dan memvalidasi pendekatan analitis.



Hasil Empiris

Memungkinkan peneliti mendapatkan hasil empiris tanpa data nyata yang mahal atau sulit diperoleh.

Alur Dasar Simulasi Statistik

Pembangkitan Data Acak

Menghasilkan sampel data berdasarkan distribusi probabilitas yang ditentukan (random sampling).

Perhitungan Statistik

Menghitung nilai statistik seperti rata-rata sampel dan variansi dari data yang dihasilkan.

Evaluasi Hasil

Mengevaluasi kualitas estimasi dan menetapkan tingkat kepercayaan hasil simulasi.

Studi Kasus: Sistem Antrian

Skenario Simulasi

Kita mensimulasikan waktu tunggu pelanggan di loket bank dengan beberapa parameter:

- Tingkat kedatangan pelanggan
- Waktu pelayanan per nasabah
- Jumlah loket yang beroperasi

Output Simulasi

Dari hasil simulasi, kita akan:

- Menghitung rata-rata waktu tunggu
- Mengukur variansi waktu tunggu
- Menentukan interval kepercayaan

Indikator 1: Rata-rata Sampel

Pengertian Rata-rata Sampel

Rata-rata sampel adalah nilai tengah dari sekumpulan data, dihitung dengan menjumlahkan semua nilai dan membaginya dengan jumlah data.

Mahasiswa harus mampu menjelaskan konsep ini sebagai bagian dari indikator penilaian pertama.

Rumus Matematika

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Dimana:

- \bar{x} = rata-rata sampel
- n = jumlah data
- x_i = nilai data ke-i

Makna Rata-rata Sampel

Estimator Parameter Populasi

Rata-rata sampel berfungsi sebagai estimator tak bias untuk mean populasi yang tidak diketahui.

Semakin besar ukuran sampel, estimasi akan semakin mendekati nilai sebenarnya.

Interpretasi Hasil Simulasi

Dalam simulasi, rata-rata sampel menunjukkan nilai ekspektasi dari output sistem.

Misal: rata-rata waktu tunggu 15 menit berarti pelanggan dapat mengharapkan waktu sekitar itu.

Contoh Penghitungan Rata-rata (Manual)

Dataset Contoh

Misalkan kita memiliki dataset hasil simulasi waktu pelayanan (dalam menit):

4, 5, 7, 10, 6

Langkah Perhitungan

1. Jumlahkan semua nilai: $4 + 5 + 7 + 10 + 6 = 32$
2. Bagi dengan jumlah data ($n = 5$): $32 \div 5 = 6,4$

Jadi, rata-rata waktu pelayanan adalah 6,4 menit.

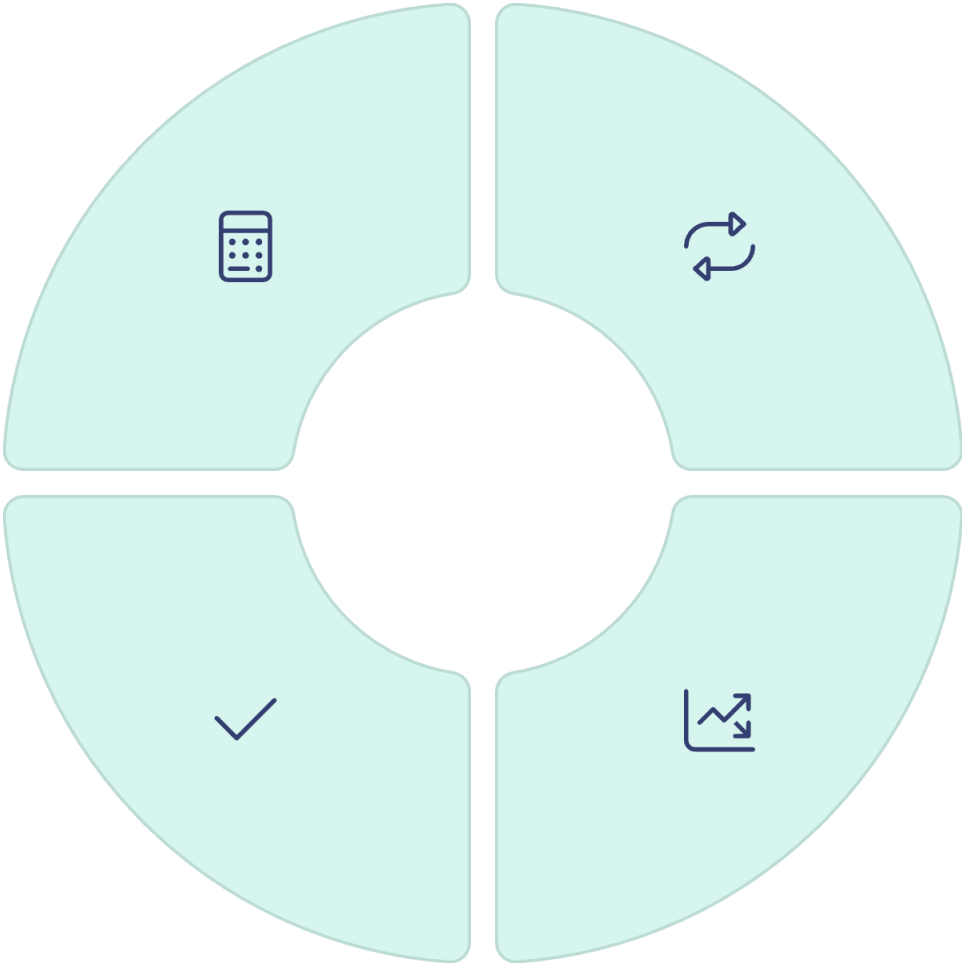
Rata-rata pada Simulasi Statistik

Simulasi Tunggal

Satu kali simulasi menghasilkan satu nilai rata-rata yang merupakan estimasi tunggal parameter sistem.

Validasi Model

Membandingkan rata-rata simulasi dengan data nyata membantu validasi model.



Estimator Pusat

Menjalankan banyak simulasi menghasilkan distribusi rata-rata yang lebih informatif.

Estimator Pusat

Rata-rata dari banyak simulasi menjadi estimator pusat distribusi output sistem.

Indikator 1: Variansi Sampel

Pengertian Variansi Sampel

Variansi sampel mengukur seberapa besar penyebaran nilai-nilai data dari rata-ratanya. Ini menunjukkan keragaman dalam data simulasi.

Mahasiswa harus mampu menjelaskan konsep ini sebagai bagian dari indikator penilaian pertama.

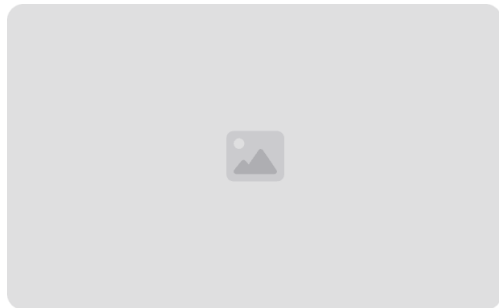
Rumus Matematika

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Dimana:

- S^2 = variansi sampel
- n = jumlah data
- x_i = nilai data ke- i
- \bar{x} = rata-rata sampel

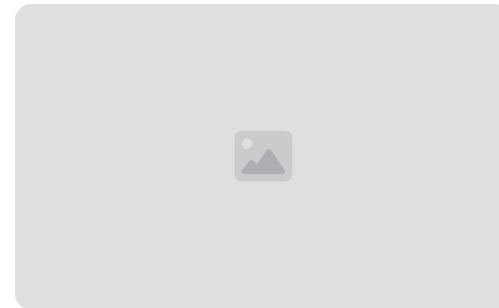
— 1 0 | 1 2 | 1 3 | j 4 5 6 7 8 9 10



Variansi Kecil

Data hasil simulasi terkonsentrasi dekat dengan rata-rata.

Menunjukkan sistem dengan output stabil dan dapat diprediksi.



Variansi Besar

Data hasil simulasi tersebar jauh dari rata-rata. Menunjukkan sistem dengan output yang sangat bervariasi dan kurang stabil.

Contoh Penghitungan Variansi (Manual)

Dataset Contoh

Menggunakan dataset yang sama: 4, 5, 7, 10, 6

Rata-rata = 6,4

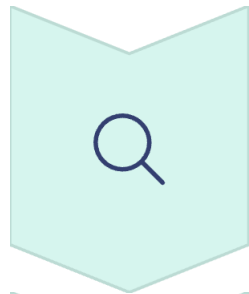
Langkah Perhitungan

1. Hitung deviasi dari rata-rata untuk tiap nilai
2. Kuadratkan tiap deviasi
3. Jumlahkan semua kuadrat deviasi
4. Bagi dengan $(n-1) = 4$

Hasilnya: variansi = 5,3

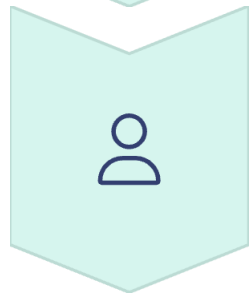
Nilai (xi)	Deviasi (xi - \bar{x})	Kuadrat Deviasi
4	-2,4	5,76
5	-1,4	1,96
7	0,6	0,36
10	3,6	12,96
6	-0,4	0,16

Peran Variansi dalam Simulasi Sistem



Variansi Kecil

Output simulasi konsisten antar replikasi. Sistem lebih dapat diprediksi. Interval kepercayaan lebih sempit.



Variansi Besar

Output simulasi sangat bervariasi. Perlu lebih banyak replikasi. Interval kepercayaan lebih lebar.

Variansi membantu mengukur konsistensi dan keandalan hasil simulasi, serta menentukan jumlah replikasi yang dibutuhkan.

Latihan: Hitung Rata-rata & Variansi

Tugas Kelompok | Analisis

Berikut adalah data hasil simulasi waktu pelayanan (dalam menit):

8, 9, 7, 10, 6

Tugaskan mahasiswa untuk:

1. Hitung rata-rata sampel
2. Hitung variansi sampel

Diskusi Kelas

Setelah menghitung, mahasiswa mendiskusikan:

- Interpretasi rata-rata: apa maknanya dalam konteks sistem pelayanan?
- Interpretasi variansi: apakah pelayanan cukup konsisten?
- Jika variansi tinggi, apa implikasinya bagi manajemen?

Pembangkitan Data Simulasi di R

Fungsi Random di R

R menyediakan fungsi untuk membangkitkan data acak dari berbagai distribusi:

- `rnorm(n, mean, sd)`: distribusi normal
- `runif(n, min, max)`: distribusi uniform
- `rexp(n, rate)`: distribusi eksponensial

Contoh Kode

```
# Simulasi 100 waktu pelayanan# dengan rata-rata 5 menit# dan standar deviasi 1 menitwaktu_layanan <- rnorm(100, 5, 1)# Hitung statistikmean(waktu_layanan)var(waktu_layanan)
```

Perulangan Simulasi untuk Statistik Sampel

Pengulangan Simulasi

Menjalankan simulasi berulang kali (mis. 100x) dengan parameter yang sama namun seed berbeda.

Kumpulkan Statistik

Dari setiap simulasi, kumpulkan statistik seperti rata-rata dan variansi.

Analisis Distribusi

Analisis distribusi dari 100 rata-rata yang diperoleh untuk memahami stabilitas sistem.

```
# Kode R untuk 100 replikasi simulasi
hasil_rata2 <- numeric(100)
for(i in 1:100) { # Set seed berbeda untuk tiap replikasi
  set.seed(i) #
  Simulasi 30 data
  data_sim <- rnorm(30, 10, 2) # Simpan rata-rata
  hasil_rata2[i] <- mean(data_sim)}

```

Sampling Distribusi Rata-rata Sampel

Central Limit Theorem

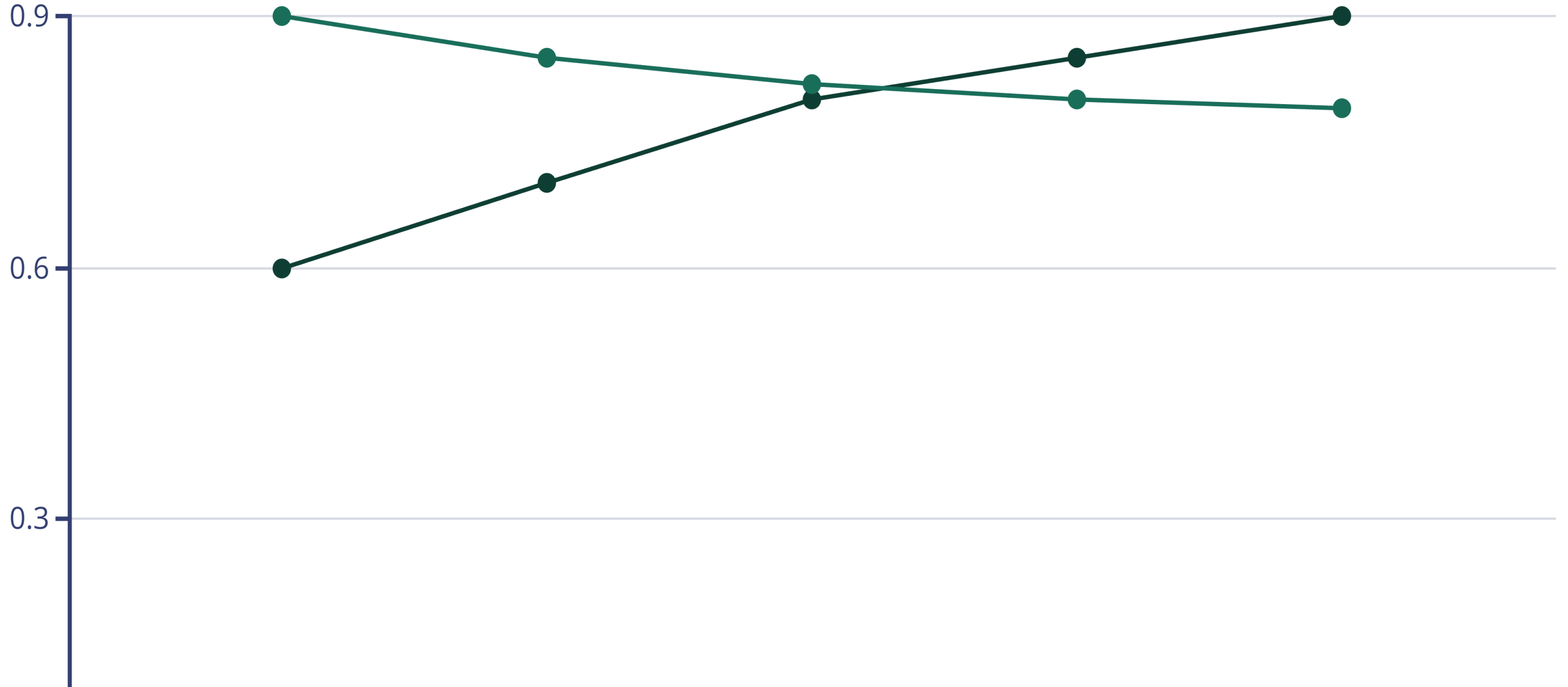
Teorema ini menyatakan bahwa distribusi rata-rata dari banyak sampel acak akan mendekati distribusi normal.

Ini berlaku terlepas dari distribusi populasi asalnya, asalkan ukuran sampel cukup besar.

Implikasi untuk Simulasi

Kita dapat mengasumsikan bahwa rata-rata dari banyak replikasi simulasi berdistribusi normal.

Ini memungkinkan kita menggunakan formula interval kepercayaan berbasis distribusi normal atau t.



Apa itu Interval Kepercayaan?

Definisi

Interval kepercayaan adalah rentang nilai yang dengan tingkat keyakinan tertentu mengandung nilai parameter populasi yang sebenarnya.

Tingkat Kepercayaan

Umumnya digunakan 95% yang berarti kita 95% yakin parameter sebenarnya ada dalam interval tersebut.

Kegunaan dalam Simulasi

Memperkirakan seberapa dekat hasil simulasi dengan nilai sebenarnya dan mengukur presisi estimasi.

Rumus Interval Kepercayaan Rata-rata

Formula Dasar

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Dimana:

- \bar{X} = rata-rata sampel
- $t_{\alpha/2}$ = nilai kritis distribusi t
- S = standar deviasi sampel
- n = ukuran sampel

Nilai Kritis $t_{\alpha/2}$

Untuk kepercayaan 95% dengan ukuran sampel besar ($n > 30$), $t_{\alpha/2} \approx 1.96$.

Untuk sampel kecil, nilai t bergantung pada derajat kebebasan ($df = n-1$).

Di R: `qt(0.975, df=n-1)`

Langkah-langkah Memprediksi Interval Kepercayaan

Hitung Rata-rata & Variansi

Dari data hasil simulasi, hitung rata-rata sampel (\bar{x}) dan variansi sampel (S^2).

Tentukan Nilai t

Tentukan nilai $t_{\alpha/2}$ berdasarkan tingkat kepercayaan dan ukuran sampel ($df = n-1$).

Hitung Margin of Error

Hitung margin of error: $ME = t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

Tentukan Batas Interval

Batas bawah = $\bar{x} - ME$ dan batas atas = $\bar{x} + ME$

Contoh Praktis: Simulasi Data & IC

Tugas Akhir | Analisis

Hasil 30 simulasi waktu pelayanan (dalam menit):

5.2, 4.9, 5.5, 4.7, 5.1, 5.3, 4.8, 5.0, 5.2,
5.4, 5.1, 4.9, 5.2, 5.0, 4.8, 5.3, 5.2, 5.1,
4.9, 5.0, 5.2, 5.3, 4.8, 5.1, 5.0, 5.2, 4.9,
5.1, 5.3, 5.2

Perhitungan IC 95%

1. Rata-rata = 5.07
2. Standar deviasi = 0.18
3. $n = 30, df = 29$
4. $t(0.975, 29) = 2.045$
5. $ME = 2.045 \times (0.18/\sqrt{30}) = 0.067$
6. $IC\ 95\% = 5.07 \pm 0.067 = [5.003, 5.137]$

Interpretasi Interval Kepercayaan

Arti Interval Kepercayaan 95%

Jika kita mengambil 100 sampel berbeda dan menghitung interval kepercayaan untuk masing-masing, sekitar 95 dari interval tersebut akan mengandung nilai rata-rata populasi yang sebenarnya.

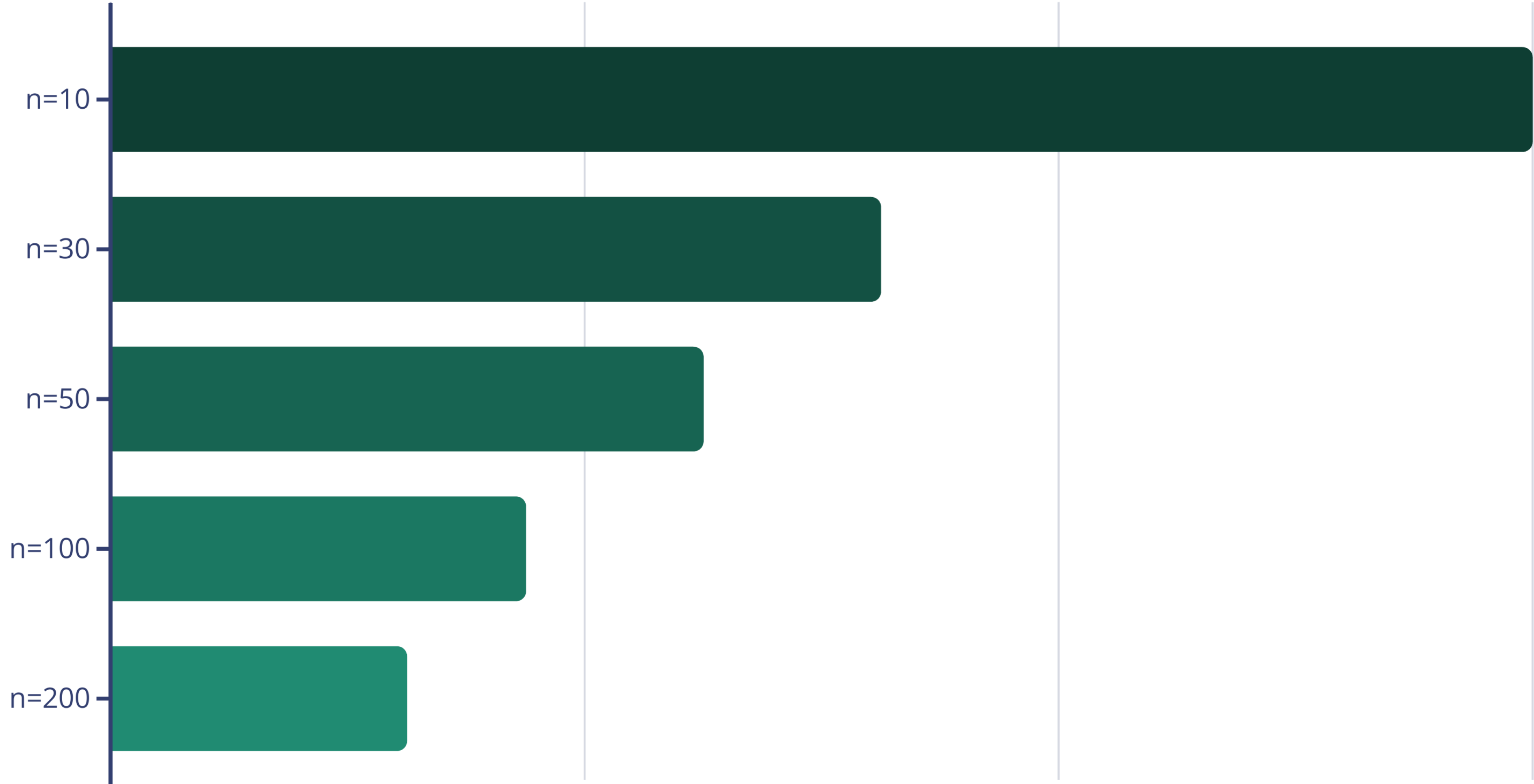
Interpretasi Praktis

Untuk contoh waktu pelayanan, kita 95% yakin bahwa rata-rata waktu pelayanan sebenarnya berada antara 5,003 hingga 5,137 menit.

Evaluasi Presisi

Interval yang lebih sempit menunjukkan estimasi yang lebih presisi. Interval yang lebih lebar menunjukkan ketidakpastian yang lebih besar.

Pengaruh Ukuran Sampel ke Interval Kepercayaan



Studi Kasus Simulasi: Keputusan Sistem

Perbandingan Dua Sistem

Kita mensimulasikan dua sistem pelayanan berbeda:

- Sistem A: rata-rata 5.07 menit, IC 95% [5.003, 5.137]
- Sistem B: rata-rata 4.82 menit, IC 95% [4.740, 4.900]

Interval kepercayaan tidak tumpang tindih, sehingga:

- Perbedaan signifikan secara statistik
- Sistem B secara konsisten lebih cepat
- Rekomendasi: implementasikan Sistem B

Potensi Error & Bias dalam Simulasi

Bias Estimator

Beberapa estimator statistik mungkin bias, terutama untuk sampel kecil. Gunakan estimator tak bias seperti $(S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2)$.

Seed yang Sama

Seed yang sama akan menghasilkan data yang sama. Uji dengan beberapa seed berbeda atau gunakan waktu sistem sebagai seed.

Jumlah Replikasi

Terlalu sedikit replikasi bisa menyebabkan estimasi tidak stabil. Lakukan analisis konvergensi untuk menentukan jumlah replikasi yang cukup.

Pentingnya Dokumentasi Analisis Simulasi

Komponen Dokumentasi

- Parameter input simulasi
- Metode random sampling yang digunakan
- Jumlah replikasi yang dilakukan
- Statistik hasil: rata-rata, variansi, IC
- Interpretasi hasil dan keputusan

Manfaat Dokumentasi

- Reprodusibilitas hasil simulasi
- Analisis yang lebih mendalam di kemudian hari
- Validasi model oleh pihak lain
- Pembelajaran dari simulasi sebelumnya

Tahap Pembelajaran

Pembentukan Tim

Bentuk kelompok 3-4 mahasiswa.
Setiap kelompok akan menganalisis kasus simulasi yang berbeda.

Analisis Statistik

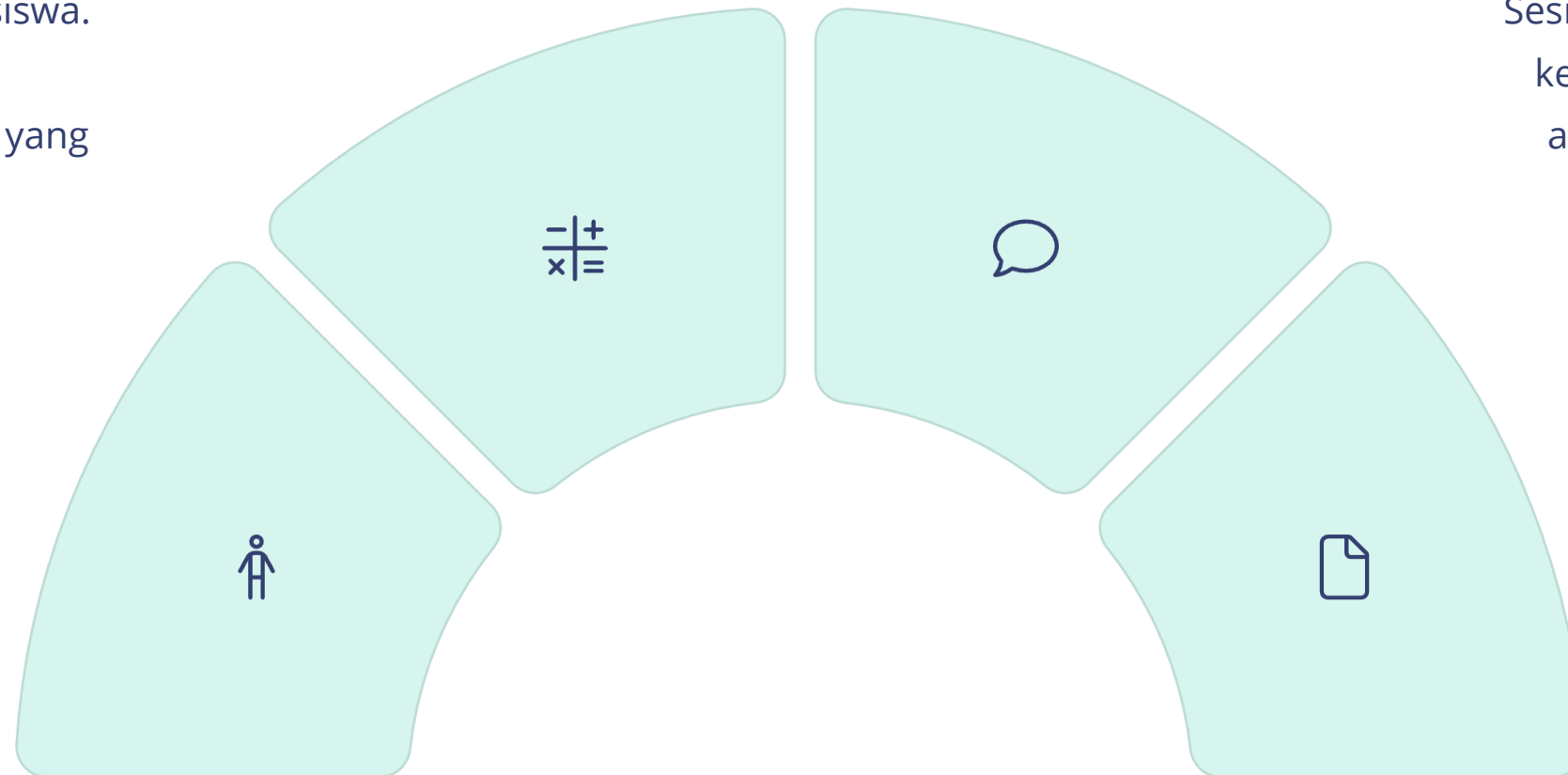
Kelompok melakukan analisis rata-rata, variansi, dan interval kepercayaan dari data simulasi yang diberikan.

Presentasi Temuan

Setiap kelompok mempresentasikan hasil analisis dan memberikan interpretasi manajerial dari temuan.

Diskusi Terbuka

Sesi tanya jawab dan diskusi antar kelompok tentang pendekatan analisis dan interpretasi yang berbeda.



Tugas Individu Mahasiswa

Deskripsi Tugas

1. Lakukan simulasi sistem kecil menggunakan komputer/laptop (contoh: simulasi pelayanan kasir toko)
2. Bangkitkan minimal 30 data hasil simulasi
3. Hitung rata-rata, variansi, dan interval kepercayaan 95%
4. Interpretasikan hasil dalam konteks manajemen sistem

Format Laporan

- Maksimal 2 halaman
- Sertakan deskripsi model simulasi
- Tampilkan perhitungan statistik lengkap
- Berikan interpretasi dan rekomendasi
- Lampirkan kode program (jika ada)

Kesimpulan & Penekanan

Fondasi Analisis Simulasi

Rata-rata dan variansi sampel adalah fondasi utama dalam analisis statistik data simulasi. Menguasainya adalah kunci keberhasilan.

Interval Kepercayaan

Interval kepercayaan wajib diterapkan untuk pengambilan keputusan berbasis simulasi yang robust dan andal.

Praktik & Diskusi

Teori saja tidak cukup. Praktik langsung dan diskusi dengan rekan akan sangat meningkatkan pemahaman analisis simulasi data.

Terima kasih atas partisipasi aktif Anda dalam pembelajaran ini. Semoga materi ini bermanfaat untuk aplikasi model dan simulasi dalam bidang studi masing-masing.